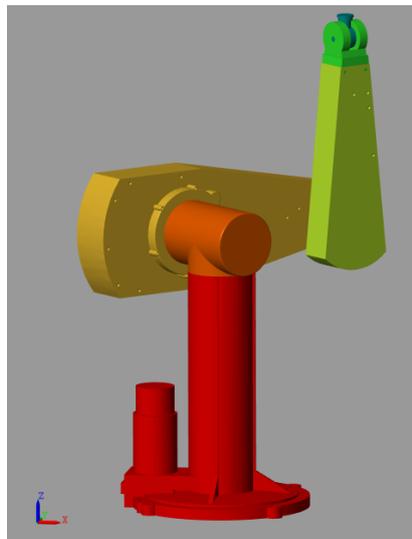


LUCAS CARPENTIER, THIBAUT COURTOIS

22 DÉCEMBRE 2023

Le robot PUMA 560



Professeur encadrant :
M. Anthierens



Sommaire

Introduction	2
1 Assemblage du robot sur Matlab	2
2 Détermination de la matrice Jacobienne	4
2.1 Notation	4
2.2 Calcul de la matrice	4
3 Conclusion	6
4 Annexe	7

Introduction

Dans ce TP, on s'intéresse au robot PUMA 560. Le robot PUMA 560 est un bras robotique industriel développé par Unimation dans les années 1980. Son nom, "PUMA", est l'acronyme de "Programmable Universal Machine for Assembly", ce qui explique sa capacité à effectuer diverses tâches d'assemblage et de manipulation dans des environnements industriels. Doté de six degrés de liberté et contrôlé par un ordinateur, il a ouvert la voie à l'automatisation des lignes de production. Notre objectif est de modéliser les chaînes cinématiques sous Multibody et cela grâce à nos connaissances acquises en modélisation géométrique et cinématique des robots séries.

Pour se faire, nous allons utiliser le logiciel Matlab et son extension Simulink qui nous permettent d'utiliser les toolboxes Simscape et Multibody afin de modéliser ces chaînes. Pour construire notre robot, nous importons les différentes pièces issues de la CAO mécanique afin de les assembler directement sous Simulink.

1 Assemblage du robot sur Matlab

Pour assembler le robot correctement de la bonne manière, il faut impérativement respecter les repères donnés par le sujet afin de respecter les orientations et placements.

Pour la première pièce, on réalise cette transformation pour la positionner :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Puis celle-ci pour avoir le même repère que dans le sujet :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On réitère l'opération pour la pièce numéro 2 :

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Puis :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour la pièce numéro 3 :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Puis :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour la pièce numéro 4 :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Puis :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour la pièce numéro 5 :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les différentes matrices de rotation sont implémentés dans le modèle simulink du robot. Un sous-ensemble de la chaîne cinématique du modèle simulink correspond à une première transformation de positionnement, le solide correspondant puis une deuxième transformation pour respecter les repères des liaisons pivots du sujet. Dans Simulink, deux sous-ensemble sont reliés par une liaison pivot pour articuler le robot PUMA.

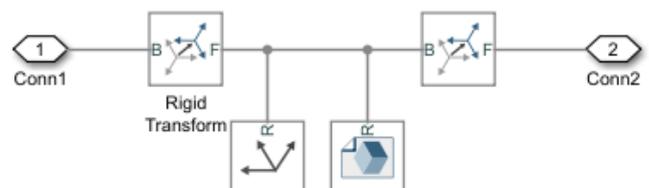
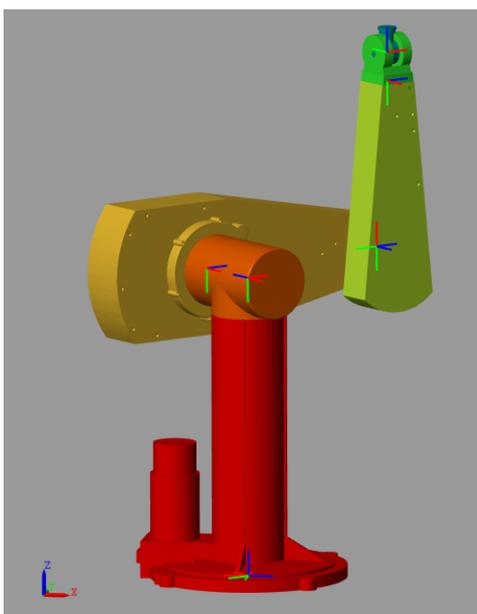


FIGURE 1 – Robot simulé avec les repères du sujet et sous ensemble numéro 1

2 Détermination de la matrice Jacobienne

2.1 Notation

On notera c et s les fonctions cosinus et sinus dans les développements calculatoires. Par exemple : $\cos(\theta_1)$ sera noté c_1 .

2.2 Calcul de la matrice

On isole calcul séparément les vitesses transmises par chaque ddl à l'effecteur. On obtient les équations suivantes :

$$V_{1,4} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \wedge (d_1 \vec{z}_1 - d_3 \vec{y}_2 + d_4 \vec{y}_3 + d_{56} \vec{z}_3)$$

$$V_{2,4} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_1 \wedge (-d_3 \vec{y}_2 + d_4 \vec{y}_3 + d_{56} \vec{z}_3)$$

$$V_{3,4} = \dot{\theta}_3 \vec{z}_2 \wedge (d_4 \vec{y}_3 + d_{56} \vec{z}_3)$$

Nous effectuerons par la suite des projections successives du repère R_3 vers le repère R_0 . Pour se faire nous avons utilisé les figures planes que vous pouvez trouver en annexe. Pour passer du repère R_3 au repère R_2 , on réalise ces transformations :

$$\begin{aligned} \vec{z}_3 &= c_3 \vec{x}_2 + s_3 \vec{y}_2 + 0 \vec{z}_2 \\ \vec{y}_3 &= 0 \vec{x}_2 + 0 \vec{y}_2 + 1 \vec{z}_2 \\ \vec{x}_3 &= -s_3 \vec{x}_2 + c_3 \vec{y}_2 + 0 \vec{z}_2 \end{aligned}$$

Pour passer du repère R_2 au repère R_1 comme ceci, on réalise ces transformations :

$$\begin{aligned} \vec{z}_2 &= 0 \vec{x}_1 + 0 \vec{y}_1 - \vec{z}_1 \\ \vec{y}_2 &= -c_2 \vec{x}_1 - s_2 \vec{y}_1 + 0 \vec{z}_1 \\ \vec{x}_2 &= s_2 \vec{x}_1 - c_2 \vec{y}_1 + 0 \vec{z}_1 \end{aligned}$$

Pour passer du repère R_1 au repère R_0 comme ceci, on réalise ces transformations :

$$\begin{aligned}\vec{z}_1 &= c_1 \vec{x}_0 + s_1 \vec{y}_0 + 0 \vec{z}_0 \\ \vec{y}_1 &= 0 \vec{x}_0 + 0 \vec{y}_0 - \vec{z}_0 \\ \vec{x}_1 &= s_1 \vec{x}_0 + -c_1 \vec{y}_0 + 0 \vec{z}_0\end{aligned}$$

A partir des figures planes précédentes, nous allons par projection successive dans les différents repères exprimer les vitesses dans le repère R_0 .

On avait :

$$\vec{V}_{1,4} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \wedge (d_1 \vec{z}_1 - d_3 \vec{y}_2 + d_4 \vec{y}_3 + d_{56} \vec{z}_3)$$

soit développant...

$$\begin{aligned}&= \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \wedge (d_1 c_1 \vec{x}_0 + d_1 s_1 \vec{x}_0 + d_3 c_2 \vec{x}_1 + d_3 s_2 \vec{y}_1 + d_4 \vec{z}_2 + d_{56} c_3 \vec{x}_2 + d_{56} s_3 \vec{y}_2) \\ &= \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \wedge (d_1 c_1 \vec{x}_0 + d_1 s_1 \vec{x}_0 + d_3 c_2 s_1 \vec{x}_0 - d_3 c_2 c_1 \vec{y}_0 - d_3 s_2 \vec{z}_0 - d_4 \vec{z}_1 + \\ & d_{56} c_3 s_2 \vec{x}_1 - d_{56} c_3 c_2 \vec{y}_1 - d_{56} s_3 c_2 \vec{x}_1 - d_{56} s_3 s_2 \vec{y}_1) \\ &= \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \wedge (d_1 c_1 \vec{x}_0 + d_1 s_1 \vec{y}_0 + d_3 c_2 s_1 \vec{x}_0 - d_3 c_2 c_1 \vec{y}_0 - d_3 s_2 \vec{z}_0 - d_4 s_2 c_1 \vec{x}_0 - d_4 s_2 s_1 \vec{y}_0 \\ & + d_{56} c_3 s_2 s_1 \vec{x}_0 - d_{56} c_3 s_2 c_1 \vec{y}_0 + d_{56} c_3 c_2 \vec{z}_0 - d_{56} s_3 c_2 s_1 \vec{x}_0 + d_{56} s_3 c_2 c_1 \vec{y}_0 + d_{56} s_3 s_2 \vec{x}_0)\end{aligned}$$

enfin, en effectuant le produit vectoriel :

$$\begin{aligned}&= \dot{\theta}_1 ((-d_1 s_1 + d_3 c_2 c_1 + d_4 s_2 s_1 + d_{56} c_3 s_2 c_1 - d_{56} s_3 c_2 c_1) \vec{x}_0 + \\ & (d_1 c_1 + d_3 c_2 c_1 - d_4 s_2 c_1 + d_{56} c_3 s_2 s_1 - d_{56} s_3 c_2 s_1) \vec{y}_0)\end{aligned}$$

On a donc :

$$\vec{V}_{1,4} = \dot{\theta}_1 \cdot \begin{bmatrix} -d_1 c_1 - d_3 c_2 c_1 + d_4 s_2 s_1 + d_{56} c_3 s_2 c_1 - d_{56} s_3 c_2 c_1 \\ d_1 c_1 + d_3 c_2 c_1 - d_4 s_2 c_1 + d_{56} c_3 s_2 s_1 - d_{56} s_3 c_2 s_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On effectue le même type de calculs pour les autres vitesses, on obtient suivant R_0 :

$$\vec{V}_{2,4} = \dot{\theta}_2 \cdot \begin{bmatrix} -d_3 s_2 s_1 + d_{56} c_3 c_2 s_1 + d_{56} s_3 s_2 s_1 \\ d_3 s_2 c_1 - d_{56} c_3 c_2 c_1 - d_{56} s_3 s_2 c_1 \\ -d_3 c_2 - d_{56} c_3 s_2 + d_{56} s_3 c_2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{V}_{3,4} = \dot{\theta}_3 \cdot \begin{bmatrix} -d_{56}c_3c_2s_1 - d_{56}s_3s_2s_1 \\ d_{56}c_3c_2c_1 + d_{56}s_3s_2c_1 \\ d_{56}c_3s_2 - d_{56}s_3c_2 \end{bmatrix}$$

La vitesse de l'effecteur est donnée par la relation suivante :

$$\vec{V}_{1,4} + \vec{V}_{2,4} + \vec{V}_{3,4} = \vec{V}_E$$

En utilisant les résultats précédents et en factorisant les vitesses de rotations, on obtient alors la matrice Jacobienne suivante :

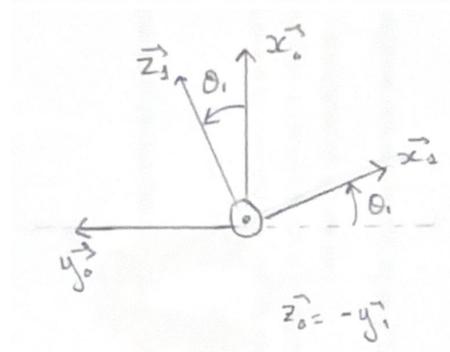
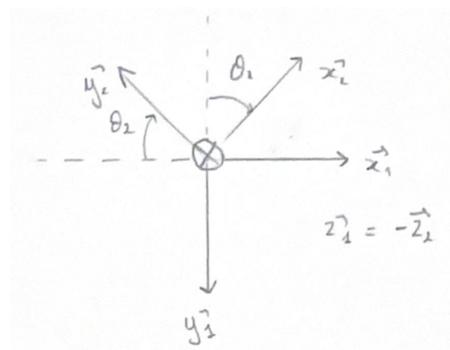
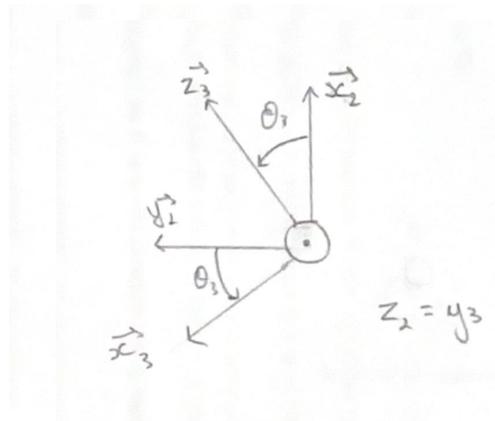
$$\vec{V}_E = \begin{pmatrix} -d_1c_1 - d_3c_2c_1 + d_4s_2s_1 + d_{56}c_3s_2c_1 - d_{56}s_3c_2c_1 & -d_3s_2s_1 + d_{56}c_3c_2s_1 + d_{56}s_3s_2s_1 & -d_{56}c_3c_2s_1 - d_{56}s_3s_2s_1 \\ d_1c_1 + d_3c_2c_1 - d_4s_2c_1 + d_{56}c_3s_2s_1 - d_{56}s_3c_2s_1 & d_3s_2c_1 - d_{56}c_3c_2c_1 - d_{56}s_3s_2c_1 & d_{56}c_3c_2c_1 + d_{56}s_3s_2c_1 \\ 0 & -d_3c_2 - d_{56}c_3s_2 + d_{56}s_3c_2 & d_{56}c_3s_2 - d_{56}s_3c_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

3 Conclusion

Ce travail nous a permis de découvrir la modélisation et la simulation de robots comme le PUMA 560 en implémentant un modèle géométrique et cinématique avec l'aide de MATLAB et Simulink. Nous avons réalisé les changements de repères puis la matrice Jacobienne qui nous ont permis de contrôler en temps réel le robot et ses trajectoires. À travers cela, nous avons pu observer comment les mouvements des articulations se transposaient à l'effecteur. Il est cependant important de noter que ce modèle est loin d'être parfait. En effet, on peut toujours imposer des mouvements impossible au robot si on utilise de mauvais angles de départ car aucune limite n'est imposé aux différents solide (une pièce peut en traverser une autre dans la simulation), et quand le robot à atteint son dépliement maximum, le robot effectue des mouvement incohérents.

4 Annexe

Les différentes figures planes de changement de base que nous avons utilisées pour mener à bien les calculs :



Le modèle simulink utilisé pour simuler le robot :

